

Определение погрешности выхода продукта из схемы разделения классическим методом.

Задана схема разделения (рис.1) и функция распределения сростков и сепарационная характеристика (табл.1).

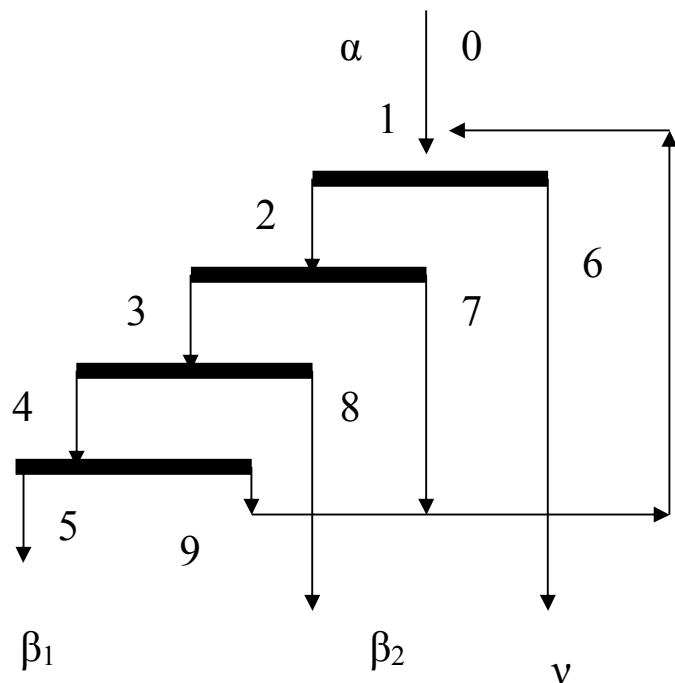


Рис.1. Технологический разделительный блок.

Таблица 1.

α	0	0.125	0.375	0.625	0.875	1
P	0.05	0.1	0.5	0.8	0.9	0.95
ΔF	0.1	0.2	0.4	0.1	0.1	0.1

Решение.

Первоначально необходимо найти выходы всех продуктов. Для этого составляем сепарационные характеристики для каждой точки технологии.

Сепарационная характеристика обратной связи 1

$$P_{OC1} = \frac{1}{1 - P_1 P_2^1},$$

Сепарационная характеристика обратной связи 2

$$P_{OC2} = \frac{1}{1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1}.$$

Суммарная сепарационная характеристика обратной связи

$$P_{OC} = \frac{1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1}$$

Для каждой точки схемы составляется сепарационная характеристика по схеме произведения сепарационных характеристик от входа до точки.

Точка 1:
$$P_1 = \frac{1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1}.$$

$$\text{Точка 2: } P_2 = \frac{P_1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 3: } P_3 = \frac{P_1 P_2}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 4: } P_4 = \frac{P_1 P_2 P_3}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 5: } P_5 = \frac{P_1 P_2 P_3 P_4}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 6: } P_6 = \frac{P_1^1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 7: } P_7 = \frac{P_1 P_2^1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 8: } P_8 = \frac{P_2 P_1 P_3^1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1},$$

$$\text{Точка 9: } P_9 = \frac{P_3 P_2 P_1 P_4^1}{1 - P_1 P_2^1 - P_1 P_2 P_3 P_4^1}$$

Вычислим знаменатель сепарационных характеристик.

α	P	P ¹	2*3	P ³ (1-P)	Знамен.
1	2	3	4	5	9
0	0.05	0.95	0.0475	0.00012	0.9525
0.125	0.1	0.9	0.09	0.0009	0.91
0.375	0.5	0.5	0.25	0.0625	0.716
0.625	0.8	0.2	0.16	0.1	0.76
0.875	0.9	0.1	0.09	0.073	0.844
1	0.95	0.05	0.0475	0.043	0.91

Запишем все сепарационные характеристики вычисленные в соответствии с вышеприведенными соотношениями.

α	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.9525	0.052	0.0026	0.00013	0	0.99	0.05	0.0024	0.0001
0.125	0.91	0.11	0.011	0.0011	0.00055	0.99	0.1	0.01	0.0009
0.375	0.716	0.7	0.35	0.175	0.087	0.7	0.35	0.174	0.0625
0.625	0.76	1.05	0.842	0.674	0.54	0.26	0.21	0.168	0.1
0.875	0.844	1.066	0.96	0.86	0.78	0.12	0.107	0.096	0.073
1	0.91	1.04	0.99	0.94	0.89	0.055	0.052	0.049	0.043

Вычисляем выход и качество в каждой точке технологии.

Точка 1.

α	P_{oc}	ΔF	2*3	1*4	1*3
1	2	3	4	5	6
0	0.9525	0.1	0.0952	0	0
0.125	0.91	0.2	0.182	0.022	0.025
0.375	0.716	0.4	0.286	0.107	0.15
0.625	0.76	0.1	0.076	0.047	0.0625
0.875	0.844	0.1	0.0844	0.0738	0.0875
1	0.91	0.1	0.091	0.091	0.1

0.81 0.34 0.425 $\alpha_1 = 0.34$

Точка 2.

α	P_2	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.052	0.1	0.0052	0
0.125	0.11	0.2	0.022	0.00275
0.375	0.7	0.4	0.28	0.105
0.625	1.05	0.1	0.105	0.065
0.875	1.066	0.1	0.1066	0.0875
1	1.04	0.1	0.104	0.0104

0.623 0.36 $\beta_2 = 0.57$

Точка 3.

α	P_3	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.0026	0.1	0.00026	0
0.125	0.011	0.2	0.0022	0.00027
0.375	0.35	0.4	0.14	0.052
0.625	0.842	0.1	0.1084	0.052
0.875	0.96	0.1	0.096	0.084
1	0.99	0.1	0.099	0.099

0.42 0.287 $\beta_3 = 0.683$.

Точка 4.

α	P_4	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.00013	0.1	0.000013	0
0.125	0.0011	0.2	0.00022	0.000027
0.375	0.175	0.4	0.07	0.0122
0.625	0.674	0.1	0.0674	0.045
0.875	0.86	0.1	0.086	0.074
1	0.94	0.1	0.094	0.094

0.3176 0.225 $\beta_4 = 0.71$

Точка 5.

α	P_5	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0	0.1	0.0	0
0.125	0.00055	0.2	0.00011	0.00006
0.375	0.087	0.4	0.035	0.013
0.625	0.54	0.1	0.054	0.0337
0.875	0.78	0.1	0.078	0.068
1	0.89	0.1	0.089	0.089

0.256 0.2

$$\beta_5 = 0.78$$

Точка 6.

α	P_6	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.99	0.1	0.099	0
0.125	0.99	0.2	0.198	0.00247
0.375	0.7	0.4	0.28	0.1
0.625	0.26	0.1	0.026	0.016
0.875	0.12	0.1	0.012	0.01
1	0.055	0.1	0.055	0.0055

0.62 0.156

$$\nu_6 = 0.251$$

Точка 7.

α	P_7	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.05	0.1	0.005	0
0.125	0.1	0.2	0.02	0.0025
0.375	0.35	0.4	0.14	0.052
0.625	0.21	0.1	0.021	0.013
0.875	0.107	0.1	0.0107	0.07093
1	0.052	0.1	0.0052	0.0052

0.2 0.082

$$\nu_7 = 0.41$$

Точка 8.

α	P_8	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.0024	0.1	0.00024	0
0.125	0.01	0.2	0.002	0.00025
0.375	0.174	0.4	0.07	0.026
0.625	0.168	0.1	0.0168	0.0105
0.875	0.096	0.1	0.0096	0.0084
1	0.049	0.1	0.0049	0.0049

0.103 0.05

$$\nu_8 = 0.486$$

Точка 9.

α	P_9	ΔF	2*3	1*4
1	2	3	4	5
0	0.0001	0.1	0.00001	0
0.125	0.0009	0.2	0.0002	0.000025
0.375	0.0625	0.4	0.035	0.013
0.625	0.1	0.1	0.013	0.0081
0.875	0.073	0.1	0.00865	0.0075
1	0.043	0.1	0.0047	0.0047

0.06

0.033

$v_9 = 0.55$

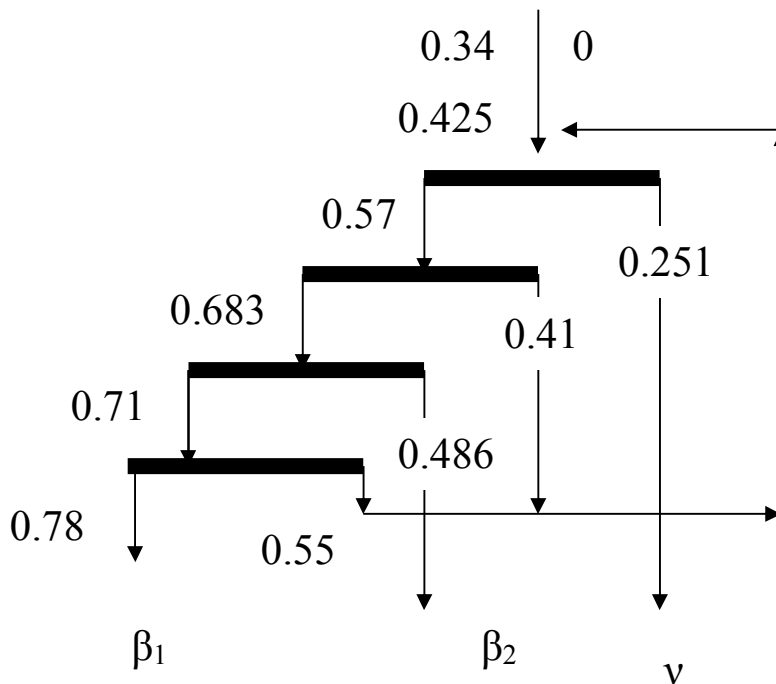


Рис.2. Рассчитанные показатели сепарационной схемы.

Вычислим частные выходы на каждом приеме сепарации.

Первый прием: $\gamma_1 = \frac{0.425 - 0.251}{0.57 - 0.251} = 0.545,$

Второй прием: $\gamma_2 = \frac{0.57 - 0.41}{0.683 - 0.41} = 0.58.$

Третий прием: $\gamma_3 = \frac{0.683 - 0.486}{0.671 - 0.486} = 0.88.$

Четвертый прием: $\gamma_4 = \frac{0.71 - 0.55}{0.78 - 0.55} = 0.696$

Функция выхода концентрата имеет вид:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4}{1 - \gamma_1(1 - \gamma_2) - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3(1 - \gamma_4)}.$$

Сформируем выражения для частных производных.

$$\gamma(\gamma_i) = \frac{A_i \gamma_i}{D_i - B_i \gamma_i + C_i \gamma_i^2}$$

$$A_1 = \gamma_1$$

$$Z_1 = 1 - \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 + \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 + \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_3 - \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 - \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3 + \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3 \gamma_4$$

$$D_1 = 1, \quad B_1 = 1 + \gamma_2 + \gamma_3 \gamma_2 - \gamma_4 \gamma_2 \gamma_3, \quad C_1 = \gamma_3 \gamma_2 - \gamma_4 \gamma_2 \gamma_3 - \gamma_2^2 \gamma_3 + \gamma_2^2 \gamma_3 \gamma_4.$$

$$A_2 = \gamma_1 \gamma_2$$

$$Z_2 = (1 - \gamma_1) + \gamma_2 (\gamma_1 - \gamma_1 \gamma_3 + \gamma_1 \gamma_3 \gamma_4 + \gamma_1^2 \gamma_3 - \gamma_1^2 \gamma_3 \gamma_4) - \gamma_2^2 (\gamma_1^2 \gamma_3 + \gamma_1^2 \gamma_3 \gamma_4),$$

$$D_2 = (1 - \gamma_1)$$

$$B_2 = \gamma_1 - \gamma_1 \gamma_3 + \gamma_1 \gamma_3 \gamma_4 + \gamma_1^2 \gamma_3 - \gamma_1^2 \gamma_3 \gamma_4$$

$$C_2 = \gamma_1^2 \gamma_3 + \gamma_1^2 \gamma_3 \gamma_4$$

$$A_3 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$$

$$Z_3 = (1 - \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2) - \gamma_3 (\gamma_2 \gamma_1 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_4 + \gamma_1^2 \gamma_2 - \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_4 - \gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_4),$$

$$D_3 = 1 - \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2$$

$$B_3 = \gamma_2 \gamma_1 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_4 + \gamma_1^2 \gamma_2 - \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_4 - \gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_4$$

$$C_3 = 0$$

$$A_4 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$$

$$Z_4 = (1 - \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 + \gamma_2 \gamma_3 \gamma_1^2 - \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3) + \gamma_4 (\gamma_2 \gamma_3 \gamma_1 + \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_3)$$

$$D_4 = 1 - \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 + \gamma_2 \gamma_3 \gamma_1^2 - \gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3$$

$$B_4 = \gamma_2 \gamma_3 \gamma_1 + \gamma_1^2 \gamma_2 \gamma_3$$

$$C_4 = 0$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_i} = \frac{(D_i + B_i \gamma_i + C_i \gamma_i^2) A_i - A_i \gamma_i (B_i + 2C_i \gamma_i)}{(D_i + B_i \gamma_i + C_i \gamma_i^2)^2}.$$

$$\gamma_i = \frac{\alpha_i - v_i}{\beta_i - v_i}.$$

$$\frac{\partial \gamma_i}{\partial \alpha_i} = \frac{1}{\beta_i - v_i}, \quad \frac{\partial \gamma_i}{\partial \beta_i} = \frac{\alpha_i - v_i}{(\beta_i - v_i)^2}, \quad \frac{\partial \gamma_i}{\partial v_i} = \frac{\alpha_i - \beta_i}{(\beta_i - v_i)^2}.$$

$$\alpha_1 = \alpha_{II}, \beta_1 = \beta_1, v_1 = v_1, \quad \alpha_2 = \beta_1, \beta_2 = \beta_2, v_2 = v_2.$$

Подставляя исчисленные значения частных выходов и показателей качества, вычислим необходимые величины.

$$\alpha_1 = 0.425, \beta_1 = 0.57, v_1 = 0.251, \quad \alpha_2 = 0.57, \beta_2 = 0.683, v_2 = 0.41$$

$$\alpha_3 = 0.57, \beta_3 = 0.683, v_3 = 0.41, \quad \alpha_4 = 0.71, \beta_4 = 0.78, v_4 = 0.55$$

$$A_1 = 0.545, D_1 = 1, B_1 = 2.085, C_1 = 0.1.$$

$$A_2 = 0.31, D_2 = 0.455, B_2 = 0.709, C_2 = 0.442$$

$$A_3 = 0.27, D_3 = 0.77, B_3 = 0.015, C_3 = 0$$

$$A_4 = 0.188, D_4 = 0.55, B_4 = 0.216, C_4 = 0.$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} = 8.65, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_2} = 0.6, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_3} = 0.35, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_4} = 0.2.$$

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \alpha} = 3.1, \quad \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta} = 1.8, \quad \frac{\partial \gamma_1}{\partial \nu} = -1.2,$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial \alpha} = 4, \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial \beta} = 2.19, \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial \nu} = -1.5,$$

$$\frac{\partial \gamma_3}{\partial \alpha} = 5, \quad \frac{\partial \gamma_3}{\partial \beta} = 5, \quad \frac{\partial \gamma_3}{\partial \nu} = -0.67,$$

$$\frac{\partial \gamma_4}{\partial \alpha} = 4.3, \quad \frac{\partial \gamma_4}{\partial \beta} = 3, \quad \frac{\partial \gamma_4}{\partial \nu} = -1.3,$$

Погрешность определения выхода концентрата теперь может быть вычислена, как

$$\sigma_{\beta}^2 = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_i} \right)^2 \left(\left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2 + \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial \beta} \right)^2 \sigma_{\beta}^2 + \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial \nu} \right)^2 \sigma_{\nu}^2 \right).$$

Производная по α и по ν зависит от выхода первого приема. Производная по промпродукту - от третьего приема, а по концентрату - от четвертого приема.

В соответствии с вычисленными частными выходами запишем соотношения:

$$\gamma_{\beta} = \frac{0.355\gamma_1}{1 - 0.575\gamma_1 + 0.065\gamma_1^2}, \quad \text{- для производных по исходному содержанию и по}$$

хвостам.

$$\gamma_{\beta} = \frac{0.287\gamma_4}{0.771 - 0.214(1 - \gamma_4)} \quad \text{- для концентрата,}$$

$$\gamma_{\beta} = \frac{0.22\gamma_3}{0.771 - 0.057\gamma_3} \quad \text{- для промпродукта.}$$

Вычислим производные по соответствующим выходам.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} = \frac{0.357(1 - 0.575\gamma_1 + 0.065\gamma_1^2) - 0.358\gamma_1(-0.575 + 2 \cdot 0.065\gamma_1)}{(1 - 0.575\gamma_1 + 0.065\gamma_1^2)^2} = 0.309$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_3} = \frac{(0.771 - 0.057\gamma_3)0.22 - 0.22\gamma_3(-0.057)}{(0.771 - 0.057\gamma_3)^2} = 0.28,$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_4} = \frac{(0.771 - 0.278(1 - \gamma_4) + 0.064(1 - \gamma_4))0.278 - 0.278\gamma_4(0.278 - 0.064)}{(0.771 - 0.278(1 - \gamma_4) + 0.064(1 - \gamma_4))^2} = 0.29.$$

Вычислим далее частные производные от частных выходов по соответствующим переменным.

$$\gamma_1 = \frac{\alpha - 0.251}{0.57 - 0.251} = \frac{\alpha - 0.251}{0.319}, \quad \gamma_1 = \frac{0.425 - \nu}{0.57 - \nu}, \quad \gamma_3 = \frac{0.4683 - \beta_2}{0.71 - \beta_2},$$

$$\gamma_4 = \frac{0.471 - 0.55}{\beta - 0.55} = \frac{0.16}{\beta - 0.55}.$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} = \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \alpha} = 0.309 \frac{1}{0.319} = 0.968,$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \nu} = \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \nu} = 0.309 \frac{(0.57 - \nu)(-1) - (0.425 - \nu)(-1)}{(0.57 - \nu)^2} = -0.44$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \beta_2} = \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta_2} = 0.28 \frac{(0.71 - \beta_2)(-1) - (0.683 - \beta_2)(-1)}{(0.71 - \beta_2)^2} = 1.316$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \beta} = \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma_1} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta} = 0.29 \frac{0.16}{(\beta - 0.55)^2} = 0.875.$$

Функция погрешности составит:

$$\sigma_\gamma^2 = 0.968^2 \sigma_\alpha^2 + 0.44^2 \sigma_\nu^2 + 1.316^2 \sigma_{\beta_2}^2 + 0.875^2 \sigma_\beta^2.$$